METODE – Sumar

Notații*:*

$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ - Sistemul neliniar

$\mathbf{F}(\mathbf{x})$ = Jacobianul funcței $\mathbf{f}(\mathbf{x})$: $F_{ij} = \dfrac{\partial f_i}{\partial x_j}$

$\mathbf{x}^{(0)}$ = aproximația inițială a soluției $\boldsymbol{\alpha}$ (în general, apropiată de $\boldsymbol{\alpha}$).

METODA – SCHEMA DE ITERARE

1. Punct fix

   Pentru $n \geq 0$:

   $\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(0)}) \cdot \delta\mathbf{x}^{(n+1)} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(n)})$

   $\mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{x}^{(n)} + \delta\mathbf{x}^{(n+1)}$

   $n \geq 0$;

   Jacobianul $\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(0)})$ se actualizează după un număr de pași (uzual, 3-4 pași).

   În program:

   - Jacobianul se actualizează dupa 3 pași;
   - Jacobianul este calculat numeric (v. pct. 3) cu $h = 1E-3$;

2. Newton

   Pentru $n \geq 0$:

   $\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(n)}) \cdot \delta\mathbf{x}^{(n+1)} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(n)})$

   $\mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{x}^{(n)} + \delta\mathbf{x}^{(n+1)}$

3. Newton-numeric (sau: Newton-discret)

   Schema de iterare este cea de la metoda Newton (pct. 2).

   Jacobianul este calculat numeric (derivatele parțiale se calculează prin diferențe finite):

   $$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \frac{f_i(x_1, \dots, x_j + h, \dots, x_n) - f_i(x_1, \dots, x_j, \dots, x_n)}{h}$$

   În program: $h = 1E-3$.

4. <u>Broyden-1</u> (Broyden ”Good” Update)

$\mathbf{B}_k$ este aproximația jacobianului la pasul *k*.

Inițializare: $\mathbf{B}_0 = \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(0)})$, iar $\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(0)})$ se calculează numeric (pct. 3)

- Schema de iterare:

  Pentru $k \geq 0$:

  $\mathbf{B}_k \mathbf{s}_k = -\mathbf{f}^{(k)}$

  $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{s}_k$;

  $\mathbf{y}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k+1)}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k)})$;

  Actualizează $\mathbf{B}_k$;

- Formula de actualizare a lui $\mathbf{B}_k$:

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \frac{(\mathbf{y}_k - \mathbf{B}_k \mathbf{s}_k)\mathbf{s}_k{}^T}{\mathbf{s}_k{}^T \mathbf{s}_k}$$

5. <u>Broyden-2</u> (Broyden ”Bad” Update)

Aceeași definiție și inițializare pentru $\mathbf{B}_k$.

Notație: $\mathbf{H}_k = \mathbf{B}_k{}^{-1}$ (inversa lui $\mathbf{B}_k$).

- Schema de iterare:

  Pentru $k \geq 0$:

  $\mathbf{s}_k = -\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k)})$

  $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{s}_k$;

  $\mathbf{y}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k+1)}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k)})$;

  Actualizează $\mathbf{H}_k$;

- Formula de actualizare a lui $\mathbf{H}_k$:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{(\mathbf{s}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{y}_k)\mathbf{s}_k{}^T \mathbf{H}_k}{\mathbf{s}_k{}^T \mathbf{H}_k \mathbf{y}_k}$$

▪

Testul de oprire a iterației

$$\| \delta\mathbf{x}^{(n+1)} \| \le eps \qquad \text{sau} \qquad \| \mathbf{s}_k \| \le eps\,;$$

Număr de iterații (n sau k) $\le nlim$

■