APLICAŢIA Nr. 1 / II

Se definesc următoarele numere:

ULP = 2^{-52}; *EM* = 2^{-53}; *EPS* = `EPSILON(real*8)`,

unde `EPSILON(x)` este funcţia intrinsecă.

Scrieţi un program care calculează în *dublă precizie*, şi afişează, numerele:

1) *ULP*; *EM*; *EPS*

2) $u = 1.0 + ULP$; $u1 = 1.0 + EM$; $u2 = 1.0 + EPS$

Testaţi (în program) dacă u, $u1$, şi $u2$ sunt mai mari sau egale cu 1.D0 .

Explicaţi rezultatele.

APLICAŢIA Nr. 2 / II

Calculaţi valorile următoarelor funcţii, pentru valorile $x = 10^i$, $i = 1, 2, \ldots, 7$.

$f(x) = x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})$ - în simplă precizie;

$f2(x) = x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})$ - în dublă precizie;

$g(x) = \dfrac{4x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3}}$ - în simplă precizie,

- Tabelaţi valorile calculate astfel: $f2(x)$ cu 8 cifre semnificative corecte, şi $f(x), g(x)$ cu numărul maxim de cifre semnificative asigurate de precizia simplă. Explicaţi rezultatele.
- Stabiliţi numarul de cifre semnificative corecte ale valorii $f(x)$ pentru $x = 10^5$.

APLICAŢIA Nr. 3 / II

Ecuaţia $f(x) = e^x - 3.7x^2 = 0$ are trei rădăcini.

- Găsiţi intervalele de lungime 1, care conţin rădăcinile.
- Găsiţi rădăcinile cu metoda BISECŢIEI, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$
- Regăsiţi rădăcinile cu metoda SECANTEI, cu aceeaşi toleranţă, şi comparaţi numărul de iteraţii.

APLICAŢIA Nr. 4 / II

Ecuaţia $f(x) = e^x - 5x^2 = 0$ are trei rădăcini.

Găsiţi rădăcinile, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, prin:

- metoda BISECŢIEI
- metoda NEWTON

APLICAŢIA Nr. 5 / II

Se dă ecuaţia $f(x) = 0$, unde:

$$f(x) = 0.99\cos(x) - x + 1.57$$

1) Rezolvaţi ecuaţia cu metoda NEWTON, luând toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

2) Rezolvaţi ecuaţia cu metoda SECANTEI, cu $EPS = 10^{-6}$.

3) Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

APLICAŢIA Nr. 6 / II

Se dă ecuaţia:

$$tg(x) = \frac{8 - x}{x + 0.2}$$

1) Rezolvaţi ecuaţia cu metoda NEWTON, luând $x_0 = 4$ şi toleranţa

   $EPS = 10^{-6}$.

2) Rezolvaţi ecuaţia cu metoda SECANTEI, cu $x_0 = 3.5$, $x_1 = 4$, $EPS = 10^{-6}$.

3) Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

APLICAŢIA Nr. 7 / II

Se dă funcţia

$$f(x) = 1 + x + e^{-px^2} \sin(x),$$

unde p este un parametru.

1) Găsiţi rădăcina din $(0,1)$ pentru valorile $p = 1; \quad 5; \quad 30$, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

2) Rezolvaţi cu metoda Newton cazul $p = 30$, cu $EPS = 10^{-6}$ şi $x_0 = 0$. Comentaţi rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 8 / II

Pentru curgerea unui fluid în regim turbulent într-o conductă, factorul de frecare Darcy *f*, este dat de legea empirică a lui Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\ln\left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$$

unde: Re = numărul Reynolds; *D* = diametrul conductei; ε = rugozitatea suprafeţei (în unitatea de lungime). Legea este valabilă pentru: $4000 \le \mathrm{Re} \le 10^8$ şi $\varepsilon / D \le 0.05$.

Determinaţi *f* pentru valorile: $\varepsilon / D = .001$; $\mathrm{Re} = 10^6$.

Utilizaţi aproximaţia lui *f* (Genereaux, 1939), $f = 0.16(\mathrm{Re})^{-0.16}$.

APLICAŢIA Nr. 9 / II

R. DeSantis (1976) deduce următoarea ecuaţie pentru factorul de compresibilitate al unui gaz real:

$$z = \frac{1 + y + y^2 - y^3}{(1-y)^3}$$

(Semnificaţie: $y = b/(4v)$, unde *b* este corecţia Van der Waals şi *v* volumul molar.)

Găsiţi *y* pentru $z = 0.892$.

APLICAŢIA Nr. 10 / II

Se dă funcţia:

$$Q(\alpha) = C\frac{(\pi + 2\alpha + \sin 2\alpha)^{\frac{5}{3}}}{(\pi + 2\alpha)^{\frac{2}{3}}}; \quad 0 \le \alpha \le \pi/2.$$

Găsiţi α pentru care $Q(\alpha)$ este *maxim*, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

[Ecuaţia lui Manning: $Q(\alpha)$ reprezintă fluxul (debitul volumic) printr-o conductă circulară rugoasă. α defineşte gradul de umplere a conductei: perimetrul udat este arcul corespunzător lui $\pi + 2\alpha$ (radiani). *C* este un coeficient depinzând de raza, coeficientul de rugozitate şi panta conductei.]

APLICAŢIA Nr. 11 / II

Se dă polinomul LAGUERRE de ordinul 5:

$$L_5(x) = \frac{1}{120}(-x^5 + 25x^4 - 200x^3 + 600x^2 - 600x + 120)$$

1) Găsiţi aproximaţii iniţiale ale rădăcinilor (algebric, grafic, etc.)

2) Calculaţi rădăcinile, cu toleranţa 10^{-6}.

APLICAŢIA Nr. 12 / II

Polinomul

$$p(x) = x^6 - 21x^5 + 175x^4 - 735x^3 + 1624x^2 - 1764x + 720$$

are rădăcinile: $x_1 = 1;\ x_2 = 2;\ \ldots;\ x_6 = 6$.

Fie $\tilde{p}(x)$ polinomul obţinut din $p(x)$ înlocuind coeficientul $a_5 = -21$ a lui x^5, cu $\tilde{a}_5 = -21.003$.

- Calculaţi rădăcinile lui $\tilde{p}(x)$.
- Calculaţi modulul raportului: perturbaţia relativă a rădăcinii x_6 / perturbaţia relativă a coeficientului a_5. Comentaţi rezultatul.

  (Dacă a perturbat devine $\tilde{a}$, perturbaţia relativă este: $(\tilde{a} - a)/a$.)

APLICAŢIA Nr. 13 / II

Consideraţi polinomul

$$p(x) = x^3 - 5.56x^2 + 9.1389x - 4.68999$$

Calculaţi rădăcinile, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

Tipăriţi numărul de iteraţii şi comentaţi rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 14 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} y^2 + y - x^2 = 1 \\ x - \sin(y)^2 = 0 \end{cases}$$

Rezolvaţi, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, şi aproximaţiile iniţiale $w_0^{(1)} = (0.5, 0.7)$,

$w_0^{(2)} = (0.3, -1.5)$:

- prin metoda NEWTON;
- prin iterare cu matricea constantă A (cu actualizare la 3 paşi).

APLICAŢIA Nr. 15 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^3 + 4y^2 = 80 \\ x^2 + 4y = -4 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$. Găsiţi aproximaţiile iniţiale x_0, y_0 din intersecţia graficelor celor două curbe.

APLICAŢIA Nr. 16 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} xy - z^2 = 2 \\ -xyz - x^2 + y^2 = 4 \\ e^x - e^y - z = 7 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$

1) Cu aproximaţia iniţială $w_0 = (1, 1, 1)$

2) Cu aproximaţia iniţială $w_0 = (2, 2, -1)$

Comparaţi numărul de iteraţii şi explicaţi.

APLICAŢIA Nr. 17 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x - y + \sqrt{x + y} = 1 \\ x + y - e^{x-y} = 3 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin iterare cu matricea constantă *A* (cu actualizare la 3 paşi), cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$ şi aproximaţia iniţială $w_0 = (1, 2)$.

APLICAŢIA Nr. 18 / II

Se dă sistemul liniar cu matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.02 & -1.05 & 2.53 \\ 4.33 & 0.56 & -1.78 \\ -0.83 & -0.54 & 1.47 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi soluţia pentru termenul liber $[1 \quad 1 \quad 1]^T$.

2) Repetaţi punctul 1 cu matricea A' obţinută prin înlocuirile: $2.53 \rightarrow 2.54$ (element $(1, 3)$) şi $1.47 \rightarrow 1.48$ (element $(3, 3)$). Comparaţi rezultatele şi explicaţi.

APLICAŢIA Nr. 19 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.02 & -1.05 & 2.53 \\ 4.33 & 0.56 & -1.78 \\ -0.83 & -0.54 & 1.47 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1}

2) Calculaţi numerele de condiţie $cond(A)_1$ şi $cond(A)_2$.

APLICAŢIA Nr. 20 / II

Stabiliţi dacă matricea

$$A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.601 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.8 \\ 0.601 & 0.7 & 0.8 & 0.9 \end{bmatrix}$$

este bine sau rău condiţionată.

APLICAŢIA Nr. 21 / II

Se dă matricea HILBERT de ordinul 4:

$$H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{bmatrix};$$ Elementele matricii sunt: $h_{ij} = 1./(i + j - 1)$.

1) Calculaţi H_3^{-1} în simplă precizie.

2) Calculaţi H_3^{-1} în dublă precizie.

3) Comparaţi elementele inverselor de la punctele 1 şi 2. Explicaţi rezultatul comparaţiei.

APLICAŢIA Nr. 22 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4.002 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4.002 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix};$$

1) Rezolvaţi sistemul liniar $Ax = b$, unde:

   $b = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$, şi $\tilde{b} = \begin{bmatrix} 1.02 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$.

2) Stabiliţi raportul între: perturbaţia relativă maximă (în modul) în soluţie / perturbaţia relativă în termenul liber b_1. Comentaţi rezultatul

APLICAŢIA Nr. 23 / II

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \qquad b = \left[\begin{array}{c:c} 1 & 0.8 \\ 1 & 0.9 \\ 1 & 1. \\ 1 & 0.9 \\ 1 & 0.8 \end{array}\right]$$

Matricea *A* este pozitiv definită.

1) Rezolvaţi sistemul prin metoda CHOLESKY.

2) Afişaţi matricea *L*, şi calculaţi determinantul matricii *A*.

APLICAŢIA Nr. 24 / II

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -36 & 12 \\ -36 & 218 & -74 \\ 12 & -74 & 64 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 & -1.8 \\ 1 & 10.8 \\ 1 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Matricea *A* este pozitiv definită.

1) Rezolvaţi sistemul prin metoda CHOLESKY.

2) Afişaţi matricea *L*, şi calculaţi determinantul matricii *A*.

APLICAŢIA Nr. 25 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -36 & 12 \\ -36 & 218 & -74 \\ 12 & -74 & 64 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi numerele de condiţie $cond(A)_1$ şi $cond(A)_\infty$.

2) Calculaţi numărul de condiţie $cond(A)_*$.

APLICAŢIA Nr. 26 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5.02 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5.02 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$

- Calculaţi numărul de condiţie $cond(A)_*$.
- Este matricea bine sau rău-condiţionată ?