APLICAŢIA Nr. 1 / III

Fiind dat un număr real $x > 0$, fie $y(x)$ cel mai mic număr (pozitiv), care adunat la *x* dă un rezultat care nu se rotunjeşte la *x* (este mai mare decât *x*).

Scrieţi un program care să determine $y(x)$ pentru $x = 2, 3, \ldots, 18$, şi verificaţi că $x + y(x) > x$.

APLICAŢIA Nr. 2 / III

Calculaţi valorile următoarelor funcţii, pentru valorile $x = 10^i$, $i = 1, 2, \ldots, 7$.

$f(x) = x(\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2-3})$ - în simplă precizie;

$f2(x) = x(\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2-3})$ - în dublă precizie;

$g(x) = \dfrac{7x}{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-3}}$ - în simplă precizie,

- Tabelaţi valorile calculate astfel: $f2(x)$ cu 8 cifre semnificative corecte, și $f(x), g(x)$ cu numărul maxim de cifre semnificative asigurate de precizia simplă. Explicaţi rezultatele.
- Stabiliţi numarul de cifre semnificative corecte ale valorii $f(x)$ pentru $x = 10^3$.

APLICAŢIA Nr. 3 / III

Ecuaţia $f(x) = e^x - x^4 = 0$ are două rădăcini.

- Găsiţi intervalele de lungime 1, care conţin rădăcinile.
- Găsiţi rădăcinile cu metoda BISECŢIEI, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.
- Regăsiţi rădăcinile cu metoda SECANTEI, cu aceeaşi toleranţă, şi comparaţi numărul de iteraţii.

APLICAŢIA Nr. 4 / III

Se dă ecuaţia $f(x) = 0$, unde:

$f(x) = 0.61 + 1.07\cos(x) - x$

Rezolvaţi ecuaţia cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, prin:

1) Metoda Secantei;
2) Metoda Newton.

APLICAŢIA Nr. 5 / III

Se dă ecuaţia:

$$tg(x) = \frac{1.82 - x}{x - 0.2}$$

1) Rezolvaţi ecuaţia cu metoda NEWTON, luând $x_0 = 0.8$ şi toleranţa

   $EPS = 10^{-6}$.

2) Rezolvaţi ecuaţia cu metoda SECANTEI, cu $x_0 = 0.7$, $x_1 = 0.9$, $EPS = 10^{-6}$.

3) Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

APLICAŢIA Nr. 6 / III

Se dă funcţia

$$f(x) = -x + e^{-px^3}\cos(x),$$

unde p este un parametru.

Ecuaţia $f(x) = 0$ are o rădăcină unică în intervalul $(0, 1)$.

1) Găsiţi rădăcina pentru valorile $p = 1;\quad 5;\quad 40$, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$

2) Rezolvaţi cu metoda Newton cazul $p = 40$, cu $EPS = 10^{-6}$ şi $x_0 = 0$.

   Comentaţi rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 7 / III

Se dă ecuaţia anuităţilor

$$P_1[(1+r)^{N_1} - 1] = P_2[1 - (1+r)^{-N_2}]$$

în care: r = rata dobânzii anuale; P_1 = suma depusă la începutul anilor $1, 2, \ldots, N_1$; P_2 = suma plătită la începutul anilor $N_1 + 1, N_2 + 1, \ldots, N_1 + N_2$.

După ultima plată, soldul contului este zero.

Găsiţi r pentru valorile: $N_1 = 35$, $N_2 = 25$, $P_1 = 5000$, $P_2 = 10000$, cu:

a) metoda Newton;

b) metoda Secantei.

APLICAŢIA Nr. 8 / III

Ecuaţia Redlich-Kwong (ecuaţie de stare cu doi parametri, a unui gaz real) este:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{T^{1/2}v(v+b)}$$

Pentru valorile: P = 100.3×10^5, T = 673.15, R = 461.49, şi a = 43890.21, b = 1.17043×10^{-3}, determinaţi valoarea lui v din ecuaţie, printr-o metodă numerică.

Indicaţie: Ordinul de mărime al lui v este 10^{-2}.

[P = presiunea (Pa); T = temperatura (K); R = constanta gazului ideal (J/(kg3K)); v = volumul specific (m^3/kg); a (m^{5}K$^{0.5}$/(kg3s^2)) şi b (m^3/kg) sunt constante empirice. Valorile numerice sunt pentru abur.]

APLICAŢIA Nr. 9 / III

În problema interceptării unei rachete, se obţine următorul sistem de ecuaţii:

$$\begin{cases} t\cos(\alpha) + t - 1 = 0 \\ t\sin(\alpha) - 0.1t^2 - e^{-t} - 1 = 0 \end{cases}$$

(t este timpul, iar α unghiul de lansare al interceptorului.)

Rezolvaţi sistemul, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$ şi aproximaţia iniţială $w_0 = (0.5, 1)$,

prin:

1) Iterare cu matricea constantă A (cu actualizare la 3 paşi)

2) Metoda NEWTON.

APLICAŢIA Nr. 10 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^2 + 2\sin(y) + z = -0.1 \\ \cos(y) - z = 2.1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \end{cases}$$

Găsiţi soluţia din vecinătatea lui $w_0 = (1, 0, -1)$, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, prin metoda Newton, sau prin iterare cu matricea constantă A (cu actualizare la 3 paşi).

APLICAŢIA Nr. 11 / III

Se dă polinomul CHEBISHEV de genul al doilea, de ordinul 6:

$T_6(x) = 64x^6 - 80x^4 + 24x^2 - 1$

1) Găsiţi aproximaţii iniţiale ale rădăcinilor (algebric, grafic, etc.)

2) Calculaţi rădăcinile, cu toleranţa 10^{-6}.

Notă: Toate rădăcinile sunt de modul < 1.

APLICAŢIA Nr. 12 / III

Polinomul

$p(x) = x^5 - 18x^4 + 118x^3 - 348x^2 + 457x - 210$

are rădăcinile: $x_1 = 1;\ x_2 = 2;\ x_3 = 3;\ x_4 = 5;\ x_5 = 7$.

Fie $\tilde{p}(x)$ polinomul obţinut din $p(x)$ înlocuind coeficientul $a_3 = 118$ a lui x^3, cu $\tilde{a}_3 = 118.02$.

- Calculaţi rădăcinile lui $\tilde{p}(x)$.
- Calculaţi modulul raportului dintre: perturbaţia relativă maximă în (modul) a rădăcinilor / perturbaţia relativă a coeficientului a_3. Comentaţi rezultatul.

  (Dacă *a* perturbat devine $\tilde{a}$, perturbaţia relativă este: $(\tilde{a} - a)/a$.)

APLICAŢIA Nr. 13 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases}(x-y)(x+y)^{1/2}=3\\ x-\log(x-y)=1\end{cases}$$

Rezolvaţi prin iterare cu matricea constantă *A* (cu actualizare la 3 paşi), cu:

- Toleranţa $EPS=10^{-6}$.
- Aproximaţia iniţială: $w_0=(2,-0.5)$.

APLICAŢIA Nr. 14 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases}\sin(x+y)=x+0.1\\ \cos(x-y)=y+0.5\end{cases}$$

- Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS=10^{-6}$: Găsiţi radăcina din vecinătatea punctului $w_0=(1,0)$
- Rezolvaţi din nou, prin iterare cu matricea constantă *A* (cu actualizare la 3 paşi).

APLICAŢIA Nr. 15 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} \sin(xy) = 0.5 \\ \cos(x) = e^{y} \end{cases}$$

- Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$: Găsiţi radăcinile din vecinătatea punctelor $w_0 = (-1, -0.5)$ şi , $w_0 = (5, -1)$.
- Rezolvaţi din nou, prin iterare cu matricea constantă A (cu actualizare la 3 paşi).

APLICAŢIA Nr. 16 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} f_1(x, y) = x^2 + 4y^2 - 16 = 0 \\ f_2(x, y) = -x^2 + y + 3 = 0 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$. Determinaţi aproximaţiile iniţiale din intersecţia graficelor curbelor $f_1(x, y) = 0$ şi $f_2(x, y) = 0$.

APLICAŢIA Nr. 17 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x + y + z^2 = 3.8 \\ xyz = -1.9 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} - z^2 = 1.3 \end{cases}$$

Găsiţi prin iterare cu matricea constantă A (cu actualizare la 3 paşi), rădăcina din vecinătatea lui $w_0 = (1.5, 1, -1)$, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

APLICAŢIA Nr. 18 / III

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5.01 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5.01 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}; \qquad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi soluţia pentru termenii liberi $b = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4]^T$ şi

   $\widetilde{b} = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4.01]^T$

2) Stabiliţi raportul între: perturbaţia relativă maximă (în modul) în soluţie / perturbaţia relativă în termenul liber b_4. Comentaţi rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 19 / III

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5.01 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5.01 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1}

2) Calculaţi numerele de condiţie $cond(A)_1$ şi $cond(A)_\infty$.

APLICAŢIA Nr. 20 / III

Stabiliţi dacă matricea

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 & 8.01 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \\ 8.01 & 9 & 10 & 11 \end{bmatrix}$$

este bine sau rău condiţionată.

APLICAŢIA Nr. 21 / III

Se dă matricea HILBERT de ordinul 4:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{bmatrix}$$

(Elementele matricii sunt: $h_{ij} = 1./(i + j - 1)$)

1) Calculaţi H_4^{-1}, în simplă precizie.

2) Calculaţi numărul de condiţie $cond(H_4)_1$.

APLICAŢIA Nr. 22 / III

Se dă matricea HILBERT de ordinul 4:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{bmatrix}$$

1) Rezolvaţi sistemul liniar $H_4 x = b$, pentru:

   $b = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}^T$, şi. $b = \begin{bmatrix} 1.02 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}^T$

2) Stabiliţi raportul între: perturbaţia relativă maximă (în modul) în soluţie / perturbaţia relativă în termenul liber b_1. Comentaţi rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 23 / III

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 5 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \qquad b = \left[\begin{array}{c:c} -1 & 3 \\ 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{array}\right]$$

Matricea A este pozitiv definită.

1) Rezolvaţi sistemul prin metoda CHOLESKY.
2) Afişaţi matricea L, şi calculaţi determinantul matricii A.

APLICAŢIA Nr. 24 / III

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \left[\begin{array}{c:c} 1 & 7 \\ 1 & 8 \\ 1 & 9 \end{array}\right]$$

Matricea A este pozitiv definită.

1) Rezolvaţi sistemul prin metoda CHOLESKY.
2) Afişaţi matricea L, şi calculaţi determinantul matricii A.

APLICAŢIA Nr. 25 / III

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi numerele de condiţie $cond(A)_1$ şi $cond(A)_\infty$.

2) Calculaţi numărul de condiţie $cond(A)_*$.

APLICAŢIA Nr. 26 / III

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0.5 \\ 1 & 0.5 & 4 \end{bmatrix}$$

- Calculaţi numărul de condiţie $cond(A)_*$.

- Este matricea bine sau rău-condiţionată ?