APLICAŢIA Nr. 1 / I

Se se găsească reprezentarea în <u>formatul simplu</u>, a următoarelor date numerice:

$x = 1E38$; $x = 4E38$;

$x = 5E-38$; $x = 1E-41$; $x = 1E-45$;

Se vor preciza:

1) Următorii parametri ai reprezentării:
   - Semn, Câmp exponent, Câmp semnificand;
   - Exponent stocat, exponent.
2) Tipul de dată reală.

APLICAŢIA Nr. 2 / I

Se consideră <u>formatul simplu</u> (Binary32).

Setați biții din câmpurile formatului, astfel ca să se găsească reprezentarea în format și valoarea, pentru:

- Numărul maxim reprezentabil în format, $X_{\max}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mare ($X_{\max}^{+}$) ?; explicați.
- Numărul *normal* minim, reprezentabil în format, $X_{\min}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mic ($X_{\min}^{-}$) ?; explicați.
- Numărul *denormalizat* minim, reprezentabil în format, $X_{den,\min}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mic ($X_{\min}^{-}$) ?; explicați.

<u>Notă</u>: Se va folosi programul ” Floating Point Representation”.

APLICAŢIA Nr. 3 / I

Se consideră formatul simplu (Binary32).

Pentru numărul x = 2048E0, găsiți:

- Reprezentarea lui x în format: X;
- Numerele FP cele mai apropiate de X, la stânga și la dreapta: X^{-} și X^{+};
- $ulp(X)$ și $ulp(X^{-})$. Se constată că $ulp(X) = 2ulp(X^{-})$. Explicați de ce.

APLICAŢIA Nr. 4 / I

Calculaţi valorile următoarelor funcţii, pentru valorile $x = 10^{i}, \quad i = 1, 2, \ldots, 7$.

$f(x) = \dfrac{x}{10}(\sqrt{x+100} - \sqrt{x})$ - în simplă precizie;

$f2(x) = \dfrac{x}{10}(\sqrt{x+100} - \sqrt{x})$ - în precizia maximă disponiblă;

$g(x) = \dfrac{10x}{\sqrt{x+100} + \sqrt{x}}$ - în simplă precizie,

- Tabelaţi valorile calculate astfel: $f2(x)$ cu 8 cifre semnificative corecte: $f(x)$ și $g(x)$, cu 7 cifre semnificative. Explicaţi rezultatele.
- Stabiliţi numarul de cifre semnificative corecte ale valorii $f(x)$ pentru $x = 10^{4}$, considerând valorile $f2(x)$ ca valori exacte.

APLICAŢIA Nr. 5 / I

Consideraţi ecuaţia $f(x)=0$, unde

$f(x)=1.6+0.99\cos(x)-x$

Fie x_0 o aproximație a rădăcinii. Găsiți rădăcina cu toleranţa $XTOL=10^{-6}$, prin:

1) Metoda Secantei: cu aproximațiile $x_0 \pm h$, unde $0<h\le x_0/10$.

2) Metoda Newton: aproximație x_0.

Comparați numărul de iterații.

APLICAŢIA Nr. 6 / I

Se dă ecuaţia:

$$tg(x)=\frac{1.78-x}{x+0.2}$$

Găsiți rădăcina în apropierea lui $x_0=2.5$, cu <u>toleranța minimă</u>, prin:

1) Metoda NEWTON;

2) Metoda SECANTEI.

Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

APLICAŢIA Nr. 7 / I

Se dă funcţia

$$f(x) = x + e^{-px^2}\cos(x),$$

unde p este un parametru.

Ecuaţia $f(x) = 0$ are o rădăcină unică în intervalul $(-1, 0)$.

1) Găsiţi rădăcina pentru valorile $p = 1; \quad 25$, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$

2) Aplicaţi metoda Newton cazul $p = 25$, cu $EPS = 10^{-6}$ şi $x_0 = 0$. Comentaţi rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 8 / I

Din ecuaţia:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1}{k}\ln(R\sqrt{f}) + 14 - \frac{5.6}{k};$$

Determinaţi *f* pentru valorile: $k = 0.28$ şi $R = 3750$.

Utilizați o metoda aleasă după voie, și toleranța minimă.

(*f* = coeficientul de frecare pentru curgerea unei suspensii; *R* = numărul Reynolds; *k* = o constantă care depinde ce concentraţia suspensiei: relaţia empirică Lee & Duffy, 1976.)

APLICAŢIA Nr. 9 / I

Se dă ecuația:

$$(1+\sin A - 0.5\cos A) = \frac{c}{(\cos A)^2}$$

Găsiţi *A*, cu toleranța minimă, pentru valorile c = 0.75 și c =1.

APLICAŢIA Nr. 10 / I

Se dă ecuaţia

$$e^{-t/2}\cosh^{-1}(e^{t/2}) = \sqrt{0.5L_{cr}}$$

Pentru valoarea $L_{cr} = 0.088$, determinaţi t, cu toleranţa de 10^{-5}:

Utilizați <u>două</u> metode numerice alese după voie.

(*t* este temperatura în interiorul unui material cu surse de căldură incorporate, cf. Frank-Kamenetski, 1955).

APLICAŢIA Nr. 11 / I

Se dă polinomul LEGENDRE de ordinul 6:

$$P_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)$$

1) Găsiţi aproximaţii iniţiale ale rădăcinilor (algebric, grafic, etc.)

2) Calculaţi rădăcinile, cu toleranţa 10^{-6}.

3) Studiați stabilitatea rădăcinii pozitive mai mare.

Notă: Toate rădăcinile sunt de modul < 1.

APLICAŢIA Nr. 12 / I

Polinomul

$$p(x) = x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x - 120$$

este desvoltarea lui $(x-1)(x-2)\ldots(x-5)$.

Fie $\tilde{p}(x)$ polinomul obţinut din $p(x)$ înlocuind coeficientul $a_4 = -15$ a lui x^4,

cu $\tilde{a}_4 = -15.003$.

- Calculaţi rădăcinile lui $\tilde{p}(x)$.

- Calculaţi modulul raportului: $\dfrac{\text{perturbația relativă a rădăcinii } x_5}{\text{perturbația relativă a coeficientului } a_4}$

  Comentaţi rezultatul.

  (Dacă *a* perturbat devine $\tilde{a}$, perturbaţia relativă este: $(\tilde{a} - a)/a$.)

APLICAŢIA Nr. 13 / I

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} xy - z^2 = 2 \\ -xyz - x^2 + y^2 = 4 \\ e^x - e^y - z = 7 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$

1) Cu aproximaţia iniţială $w_0 = (1, 1, 1)$

2) Cu aproximaţia iniţială $w_0 = (2, 2, -1)$

Comparaţi numărul de iteraţii şi explicaţi.

APLICAŢIA Nr. 14 / I

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x - y + \sqrt{x+y} = 1 \\ x + y - e^{x-y} = 3 \end{cases}$$

1) Găsiți o aproximație inițială (x_0, y_0).

2) Rezolvaţi prin metoda Newton:

   - Cu derivatele parțiale calculate analitic;

   - Cu derivatele parțiale calculate numeric (Newton_Sys-Numeric).

   Luați toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

APLICAŢIA Nr. 15 / I

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^2 + x - y^2 = 1 \\ y - \sin(x)^2 = 0 \end{cases}$$

Găsiți două aproximații inițiale $(x_0^{(i)}, y_0^{(i)}), \quad i = 1,2$.

Rezolvaţi, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, prin metoda NEWTON:

1) Cu derivatele parțiale calculate analitic;

2) Cu derivatele parțiale calculate numeric (Newton_Sys-Numeric).

APLICAŢIA Nr. 16 / I

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^3 + 3y^2 = 21 \\ x^2 + 2y = -2 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

Găsiţi aproximaţiile iniţiale x_0, y_0 din intersecţia graficelor celor două curbe.

APLICAŢIA Nr. 17 / I

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = x^2 + 4y^2 - 9 = 0 \\ f_2(x,y) = -14x^2 + 18y + 45 = 0 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

Determinaţi aproximaţiile iniţiale din intersecţia graficelor curbelor $f_1(x,y) = 0$ şi $f_2(x,y) = 0$.

APLICAŢIA Nr. 18 / I

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6.4 \\ xyz = -2.2 \\ x + y - z^2 = 2.4 \end{cases}$$

- Găsiți o aproximație inițială $w_0 = (x_0, y_0, z_0)$, pentru $z_0 \approx -1$;
- Găsiți soluția în vecinătatea lui w_0, prin metoda NEWTON, cu jacobianul exact (analitic); luați toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

APLICAŢIA Nr. 19 / I

Se dă sistemul liniar cu matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.01 & 6.03 & 1.99 \\ 1.27 & 4.16 & -1.23 \\ .987 & -4.81 & 9.34 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi soluţia pentru termenul liber $[1 \quad 1 \quad 1]^T$.

2) Repetaţi punctul 1 cu matricea A' obţinută prin înlocuirile: $3.01 \rightarrow 3.00$ (element $(1,1)$) şi $.987 \rightarrow .990$ (element $(3,1)$). Comparaţi rezultatele şi comentați.

APLICAŢIA Nr. 20 / I

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.01 & 6.03 & 1.99 \\ 1.27 & 4.16 & -1.23 \\ .987 & -4.81 & 9.34 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1};

2) Verificaţi că $A * A^{-1} = I$ (unde *I* este matricea unitate)

APLICAŢIA Nr. 21 / I

Se dă matricea

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.501 \\ 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.6 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.501 & 0.6 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1}

2) Verificaţi că $A * A^{-1} = I$ (unde I este matricea unitate)

APLICAŢIA Nr. 22 / I

Se dă matricea HILBERT de ordinul 5:

$$H_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1/5 & 1/6 & 1/7 & 1/8 & 1/9 \end{bmatrix};$$

1) Rezolvaţi sistemul liniar $H_5 x = b$, pentru:

   $b = [1.0 \quad 0.6 \quad 0.4 \quad 0.3 \quad 0.3]^T$, şi $\tilde{b} = [1.02 \quad 0.6 \quad 0.4 \quad 0.3 \quad 0.3]^T$.

2) Stabiliţi raportul între: perturbaţia relativă maximă (în modul) în soluţie / perturbaţia relativă în termenul liber b_1. Comentaţi rezultatul

APLICAŢIA Nr. 23 / I

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & -4 \\ 8 & -4 & 22 \end{bmatrix}$$

3) Calculaţi matricea inversă A^{-1}

4) Verificați că $A * A^{-1} = I$ (unde *I* este matricea unitate)

APLICAŢIA Nr. 24 / I

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & -4 \\ 8 & -4 & 9 \end{bmatrix}, \quad b = \left[\begin{array}{c:c:c} 1 & 2 & 28 \\ 1 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 26 \end{array}\right]$$

1) Încercați să rezolvaţi sistemul prin metoda CHOLESKY. Nu este posibil. De ce?

2) Rezolvați sistemul prin altă metodă.

3) Calculaţi și determinantul matricii *A*.