APLICAŢIA Nr. 1 / II

Se se găsească reprezentarea în formatul dublu, a următoarelor date numerice:

$x = 1E308$; $x = 5E308$;

$x = 5E-308$; $x = 1E-308$; $x = 1E-325$;

Se vor preciza:

1) Următorii parametri ai reprezentării:
   - Semn, Câmp exponent, Câmp semnificand;
   - Exponent stocat, exponent.
2) Tipul de dată reală.

APLICAŢIA Nr. 2 / II

Se consideră formatul dublu (Binary64).

Setați biții din câmpurile formatului, astfel ca să se găsească reprezentarea în format și valoarea, pentru:

- Numărul maxim reprezentabil în format, $X_{\max}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mare ($X_{\max}^{+}$) ?; explicați.
- Numărul *normal* minim, reprezentabil în format, $X_{\min}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mic ($X_{\min}^{-}$) ?; explicați.
- Numărul *denormalizat* minim, reprezentabil în format, $X_{den,\min}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mic ($X_{\min}^{-}$) ?; explicați.

Notă: Se va folosi programul ” Floating Point Representation”.

APLICAŢIA Nr. 3 / II

Se consideră formatul simplu (Binary32).

1) Găsiți reprezentarea în format X_1, a unui număr denormalizat x_1. Găsiți $ulp(X_1)$.

2) Repetați punctul 1 pentru alt denormalizat x_2.

3) Constatați că $ulp(X_1) = ulp(X_2)$. Explicați de ce.

Notă: Se va folosi programul " Floating Point Representation".

APLICAŢIA Nr. 4 / II

Calculaţi valorile următoarelor funcţii, pentru valorile $x = 10^i, \quad i = 1, 2, \ldots, 7$.

$f(x) = 0.1x(\sqrt{x+10} - \sqrt{x-30})$ - în simplă precizie;

$f2(x) = 0.1x(\sqrt{x+10} - \sqrt{x-30})$ - în dublă precizie;

$g(x) = \dfrac{4x}{\sqrt{x+10} + \sqrt{x-30}}$ - în simplă precizie,

Tabelaţi valorile calculate astfel:

- $f2(x)$: cu 8 cifre semnificative corecte;
- $f(x)$ și $g(x)$: cu numărul maxim de cifre semnificative asigurate de precizia simplă. Explicaţi rezultatele.

APLICAŢIA Nr. 5 / II

Ecuaţia $f(x) = e^x - 3.7x^{2/3} = 0$ are trei rădăcini.

Fie x_0 o aproximație a rădăcinii. Găsiți cele trei rădăcini, cu toleranţa $XTOL = 10^{-6}$, prin:

1) Metoda Secantei: cu aproximațiile $x_0 \pm h$, unde $0 < h \le x_0 / 10$.

2) Metoda Newton: aproximație x_0.

Comparați numărul de iterații.

APLICAŢIA Nr. 6 / II

Se dă ecuaţia $f(x) = 0$, unde:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5} - 2\sin x - x^2 + 3$$

Găsiți rădăcina, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

1) cu metoda NEWTON;

2) cu metoda SECANTEI.

Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

APLICAŢIA Nr. 7 / II

Se dă ecuaţia:

$$tg(x) = \frac{8 - x}{x + 0.2}$$

Găsiți rădăcina în jurul valorii $x_0 = 4.$, cu toleranţa minimă $EPS_{\min}$:

1) Cu metoda NEWTON;

2) Cu metoda SECANTEI;

Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

APLICAŢIA Nr. 8 / II

Se dă funcţia

$$f(x) = 1 + x + e^{-px^2} \sin(x),$$

unde p este un parametru.

1) Găsiţi rădăcina din $(0, 1)$ pentru valorile $p = 1; 30;$, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

2) Rezolvaţi cu metoda Newton cazul $p = 30$, cu $EPS = 10^{-6}$ şi $x_0 = 0$.

   Comentaţi rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 9 / II

Pentru curgerea unui fluid în regim turbulent într-o conductă, factorul de frecare Darcy *f*, este dat de legea empirică a lui Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\ln\left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$$

unde: Re = numărul Reynolds; *D* = diametrul conductei; ε = rugozitatea suprafeţei (în unitatea de lungime). Legea este valabilă pentru: $4000 \le \mathrm{Re} \le 10^8$ şi $\varepsilon / D \le 0.05$.

Determinaţi *f* pentru valorile: $\varepsilon / D = .001$; $\mathrm{Re} = 10^6$.

Utilizaţi aproximaţia lui *f* (Genereaux, 1939), $f = 0.16(\mathrm{Re})^{-0.16}$.

APLICAŢIA Nr. 10 / II

Se dă ecuaţia $f(x) = 0$, unde:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} - 2\sin x - x + 0.94$$

Găsiți cele două rădăcini din intervalul [7, 9], cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$:

1) cu metoda NEWTON – cu aproximația x_0;

2) cu metoda SECANTEI – cu aproximații apropiate de x_0.

Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode

APLICAŢIA Nr. 11 / II

Se dă funcţia:

$$Q(\alpha) = C\frac{(\pi + 2\alpha + \sin 2\alpha)^{\frac{5}{3}}}{(\pi + 2\alpha)^{\frac{2}{3}}}; \quad 0 \le \alpha \le \pi / 2 .$$

Găsiţi α pentru care $Q(\alpha)$ este *maxim*, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

[Ecuaţia lui Manning: $Q(\alpha)$ reprezintă fluxul (debitul volumic) printr-o conductă circulară rugoasă. α defineşte gradul de umplere a conductei: perimetrul udat este arcul corespunzător lui $\pi + 2\alpha$ (radiani). *C* este un coeficient depinzând de raza, coeficientul de rugozitate şi panta conductei.]

APLICAŢIA Nr. 12 / II

Se dă polinomul LAGUERRE de ordinul 5:

$$L_5(x) = \frac{1}{120}(-x^5 + 25x^4 - 200x^3 + 600x^2 - 600x + 120)$$

1) Găsiţi aproximaţii iniţiale ale rădăcinilor (algebric, grafic, etc.)
2) Calculaţi rădăcinile, cu toleranţa 10^{-6}.
3) Modificați coeficientul lui x^4, din +25 în +26. Recalculați rădăcinile și comentați rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 13 / II

Polinomul

$$p(x) = x^6 - 21x^5 + 175x^4 - 735x^3 + 1624x^2 - 1764x + 720$$

are rădăcinile: $x_1 = 1; x_2 = 2; \ldots ; x_6 = 6$.

Fie $\tilde{p}(x)$ polinomul obţinut din $p(x)$ înlocuind coeficientul $a_5 = -21$ a lui x^5, cu

$\tilde{a}_5 = -21.003$.

- Calculaţi rădăcinile lui $\tilde{p}(x)$.
- Calculaţi modulul raportului: $\dfrac{\text{perturbația relativă a rădăcinii } x_6}{\text{perturbația relativă a coeficientului } a_5}$

  Comentaţi rezultatul.

  (Dacă *a* perturbat devine $\tilde{a}$, perturbaţia relativă este: $(\tilde{a} - a)/a$.)

APLICAŢIA Nr. 14 / II

Consideraţi polinomul

$$p(x) = x^3 - 5.56x^2 + 9.1389x - 4.68999$$

- Studiați existența unei rădăcini multiple (proiect ANA: Newton_r).
- Calculaţi rădăcinile, în precizie <u>dublă</u> , sau <u>cvadruplă</u>.

APLICAŢIA Nr. 15 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} y^2 + y - x^2 = 1 \\ x - \sin(y)^2 = 0 \end{cases}$$

Găsiți două aproximații inițiale (x_0, y_0), unde $x_0 \in (0,1)$.

Rezolvaţi, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, prin metoda NEWTON:

1) Cu jacobianul exact (analitic);

2) Cu jacobianul calculat numeric (Newton_Sys-Numeric).

APLICAŢIA Nr. 16 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} xy - z^2 = 2 \\ -xyz - x^2 + y^2 = 4 \\ e^x - e^y - z = 7 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$

1) Cu aproximaţia iniţială $w_0 = (1, 1, 1)$

2) Cu aproximaţia iniţială $w_0 = (2, 2, -1)$

Comparaţi numărul de iteraţii şi explicaţi.

APLICAŢIA Nr. 17 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x - y + \sqrt{x+y} = 1 \\ x + y - e^{x-y} = 3 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$:

1) cu jacobianul exact (analitic);

2) cu jacobianul calculat numeric (Newton_Sys-Numeric).

APLICAŢIA Nr. 18 / II

Se dă sistemul liniar cu matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.02 & -1.05 & 2.53 \\ 4.33 & 0.56 & -1.78 \\ -0.83 & -0.54 & 1.47 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi soluţia pentru termenul liber $[1 \quad 1 \quad 1]^T$.

2) Repetaţi punctul 1 cu matricea A' obţinută prin înlocuirile: $2.53 \to 2.54$ (element $(1, 3)$) şi $1.47 \to 1.48$ (element $(3, 3)$). Comparaţi rezultatele şi explicaţi.

APLICAŢIA Nr. 19 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.02 & -1.05 & 2.53 \\ 4.33 & 0.56 & -1.78 \\ -0.83 & -0.54 & 1.47 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1};

2) Verificați că $A * A^{-1} = I$ (unde I este matricea unitate)

APLICAŢIA Nr. 20 / II

Se dă matricea HILBERT de ordinul 4:

$$H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{bmatrix}; \quad \text{Elementele matricii sunt: } h_{ij} = 1./(i + j - 1).$$

1) Calculaţi H_3^{-1} în simplă precizie.

2) Calculaţi H_3^{-1} în dublă precizie.

3) Comparaţi elementele inverselor de la punctele 1 şi 2. Explicaţi rezultatul comparaţiei.

APLICAŢIA Nr. 21 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4.002 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4.002 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix};$$

1) Rezolvaţi sistemul liniar $Ax = b$, unde:

   $b = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$, şi $\tilde{b} = [1.02 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$.

2) Stabiliţi raportul între: perturbaţia relativă maximă (în modul) în soluţie / perturbaţia relativă în termenul liber b_1. Comentaţi rezultatul

APLICAŢIA Nr. 22 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -36 & 12 \\ -36 & 218 & -74 \\ 12 & -74 & 64 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1};

2) Verificaţi că $A * A^{-1} = I$ (unde I este matricea unitate)

APLICAŢIA Nr. 23 / II

Se dă matricea A de ordinul 5, cu elementele (Wilkinson 5 – modificat):

$a_{ij} = 18.144/(i+j+1), \quad i,j=\overline{1,5}$

Lucrând în simplă precizie, se cere:

1) Tipăriți matricea A;
2) Calculați inversa A^{-1};
3) Verificați egalitatea $A * A^{-1} = I$ (I = matricea unitate).

APLICAŢIA Nr. 24 / II

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}; \qquad b = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.9 \\ 1. \\ 0.9 \\ 0.8 \end{bmatrix};$$

Matricea A este pozitiv definită.

1) Rezolvaţi sistemul prin metoda CHOLESKY.
2) Afişaţi matricea S (sau L), şi calculaţi determinantul matricii A.
3) Modificați elementele (1,2) și (2,1), din 1 în 6.2. Rezolvați sistemul.