APLICAŢIA Nr. 1/ III

Se se găsească reprezentarea în formatul simplu, a următoarelor date numerice:

$x = 1E37$; $x = 5E38$;

$x = 5E - 37$; $x = 1E - 39$; $x = 1E - 45$;

Se vor preciza:

1) Următorii parametri ai reprezentării:
   - Semn, Câmp exponent, Câmp semnificand;
   - Exponent stocat, exponent.
2) Tipul de dată reală.

APLICAŢIA Nr. 2 / III

Se consideră formatul cvadruplu (Binary128). Setați biții din câmpurile formatului, astfel ca să se găsească reprezentarea în format și valoarea, pentru:

- Numărul maxim reprezentabil în format, $X_{\max}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mare ($X_{\max}^{+}$) ?; explicați.
- Numărul *normal* minim, reprezentabil în format, $X_{\min}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mic ($X_{\min}^{-}$) ?; explicați.
- Numărul *denormalizat* minim, reprezentabil în format, $X_{den,\min}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mic ($X_{\min}^{-}$) ?; explicați.

Notă: Se va folosi programul ” Floating Point Representation”.

APLICAŢIA Nr. 3 / III

Se consideră formatul dublu (Binary64).

Pentru numărul x = 8192D0, găsiți:

- Reprezentarea lui x în format: X;
- Numerele FP cele mai apropiate de X, la stânga și la dreapta: X^- și X^+;
- $ulp(X)$ și $ulp(X^-)$. Se constată că $ulp(X) = 2ulp(X^-)$. Explicați de ce.

APLICAŢIA Nr. 4 / III

Calculaţi valorile următoarelor funcţii, pentru valorile $x = 10^i$, $i = 1, 2, \ldots, 7$.

$f(x) = x(\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2-3})$ - în simplă precizie;

$f2(x) = x(\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2-3})$ - în dublă precizie;

$g(x) = \dfrac{7x}{\sqrt{x^2+4} + \sqrt{x^2-3}}$ - în simplă precizie,

Tabelaţi valorile calculate astfel:

- $f2(x)$: cu 8 cifre semnificative corecte;
- $f(x), g(x)$: cu numărul maxim de cifre semnificative asigurate de precizia simplă.

Explicaţi rezultatele.

APLICAŢIA Nr. 5 / III

Se dă:

$f(x) = 0.61 + 1.07\cos x - x$

Rezolvaţi ecuaţia $f(x) = 0$, cu toleranţa minimă, prin:

1) Metoda Secantei;

2) Metoda Newton.

Comparați numărul de iterații.

APLICAŢIA Nr. 6 / III

Se dă ecuaţia $f(x) = 0$, unde:

$f(x) = x^2 + x - (\sin x)^2 - 1$

Rezolvaţi ecuaţia cu toleranţa minimă, prin:

1) Metoda Secantei;

2) Metoda Newton.

Comparați numărul de iterații.

APLICAŢIA Nr. 7 / III

Se dă ecuaţia:

$$tg(x) = \frac{5-x}{x+1.2}$$

Găsiți rădăcina în jurul valorii $x_0 = 3.$, cu toleranţa minimă $EPS_{\min}$:

1) Cu metoda Newton;

2) Cu metoda Secantei;

Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

APLICAŢIA Nr. 8 / III

Se dă funcţia

$$f(x) = -x + e^{-px^3}\cos(x),$$

unde p este un parametru.

Ecuaţia $f(x) = 0$ are o rădăcină unică în intervalul $(0, 1)$.

1) Găsiţi rădăcina pentru valorile $p = 1$ și $p = 20$, cu toleranţa minimă.

2) Rezolvaţi cu metoda Newton cazul $p = 20$, cu $x_0 = 0$.

   Comentaţi rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 9 / III

Se dă ecuaţia anuităţilor

$$P_1[(1+r)^{N_1}-1]=P_2[1-(1+r)^{-N_2}]$$

în care: r = rata dobânzii anuale; P_1 = suma depusă la începutul anilor $1, 2, \ldots, N_1$;

P_2 = suma plătită la începutul anilor $N_1+1, N_2+1, \ldots, N_1+N_2$. După ultima plată, soldul contului este zero.

Găsiţi r pentru valorile: $N_1=35$, $N_2=25$, $P_1=5000$, $P_2=10000$, cu:

1) metoda Newton;
2) metoda Secantei.

APLICAŢIA Nr. 10 / III

Ecuaţia Redlich-Kwong (ecuaţie de stare cu doi parametri, a unui gaz real) este:

$$P=\frac{RT}{v-b}-\frac{a}{T^{1/2}v(v+b)}$$

Găsiți valoarea lui v din ecuaţie, printr-o metodă numerică, pentru valorile:

P = 100.3×10^5; T = 673.15; R = 461.49; şi a = 43890.21; b = 1.17043×10^{-3};

Indicaţie: Ordinul de mărime al lui v este 10^{-2}.

[P = presiunea (Pa); T = temperatura (K); R = constanta gazului ideal (J/(kg·K)); v = volumul specific (m^3/kg); a şi b sunt constante empirice. Valorile numerice sunt pentru abur.]

APLICAȚIA Nr. 11 / III

Se dă polinomul de gradul 6, cu coeficienții (incepînd cu coeficientul lui x^6):

```
1  -21.002    +175  -735  +1624  -1764     +720
```

El reprezintă polinomul $(x-1)(x-2)\ldots(x-6)$, perturbat: coeficientul lui x^5 este modificat din -21 în -21.002.

Calculaţi rădăcinile, cu toleranţa 10^{-6}.

APLICAȚIA Nr. 12 / III

Polinomul

$p(x) = x^5 - 18x^4 + 118x^3 - 348x^2 + 457x - 210$

are rădăcinile: $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 3; x_4 = 5; x_5 = 7$.

Fie $\tilde{p}(x)$ polinomul obţinut din $p(x)$ înlocuind coeficientul $a_3 = 118$ a lui x^3, cu $\tilde{a}_3 = 118.02$.

- Calculaţi rădăcinile lui $\tilde{p}(x)$.
- Calculaţi modulul raportului dintre:
- Calculaţi modulul raportului:

$$\frac{\text{perturbația relativă maximă (în modul) a rădăcinilor}}{\text{perturbația relativă a coeficientului } a_3}$$

Comentaţi rezultatul.

(Dacă *a* perturbat devine $\tilde{a}$, perturbaţia relativă este: $(\tilde{a} - a)/a$.)

APLICAȚIA Nr. 13 / III

În problema interceptării unei rachete, se obţine următorul sistem de ecuaţii:

$$\begin{cases} t\cos(\alpha) + t - 1 = 0 \\ t\sin(\alpha) - 0.1t^2 - e^{-t} - 1 = 0 \end{cases}$$

(t este timpul, iar α unghiul de lansare al interceptorului.)

Găsiți soluția în vecinătatea lui $w_0 = (0.5, 1)$, cu toleranţa minimă, prin metoda Newton:

1) Cu jacobianul analitic (exact);

2) Cu jacobianul calculat numeric (Newton_Sys-Numeric)

APLICAȚIA Nr. 14 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^2 + 2\sin(y) + z = -0.1 \\ \cos(y) - z = 2.1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \end{cases}$$

Găsiţi soluţia din vecinătatea lui $w_0 = (1, 0, -1)$, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, prin metoda Newton:

1) Cu jacobianul analitic (exact);

2) Cu jacobianul calculat numeric (Newton_Sys-Numeric)

APLICAŢIA Nr. 15 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} (x-y)(x+y)^{1/2} = 3 \\ x - \ln(x-y) = 1 \end{cases}$$

Luați aproximaţia inițială $w_0 = (2, -0.5)$ și toleranţa minimă.

Rezolvaţi prin metoda Newton cu jacobianul exact (analitic).

APLICAŢIA Nr. 16 / III

Considerați sistemul:

$$\sin(\pi xy) - 0.5y - x = 0$$
$$(1 - 0.25/\pi)(e^{2x-1} - 1) + y - 2x = 0$$

Găsiți două soluții ale sistemului în domeniul $x \in (0.25, 1)$, $y \in (0.5, 2)$.

Utilizați toleranța $EPS = 10^{-6}$.

APLICAȚIA Nr. 17 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} 3x_1 - \cos(x_2 x_3) = 0.5 \\ {x_1}^2 - 81{x_2}^2 + \sin(x_3) = -1 \\ e^{-x_1 x_2} + 20x_3 = -9.5 \end{cases}$$

1) Găsiți o aproximație inițială $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0)$, cu $x_2 > 0$ și având o valoare mică;

2) Rezolvați prin metoda Newton, cu toleranța $EPS = 10^{-6}$.

APLICAȚIA Nr. 18 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x + y + z^2 = 3.8 \\ xyz = -1.9 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} - z^2 = 1.3 \end{cases}$$

- Găsiți o aproximație inițială $w_0 = (x_0, y_0, z_0)$, pentru $z_0 \approx -1$;
- Găsiţi soluția din vecinătatea lui w_0, cu toleranţa minimă.

APLICAȚIA Nr. 19 / III

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5.01 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5.01 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}; \qquad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi soluţia pentru termenii liberi:

$$b = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4]^T; \qquad \tilde{b} = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4.01]^T;$$

2) Stabiliţi raportul:

$$\frac{\text{perturbația relativă maximă (în modul) în soluție}}{\text{perturbația relativă în termenul liber } b}$$

Comentaţi rezultatul.

APLICAȚIA Nr. 20 / III

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5.01 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5.01 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1};

2) Verificaţi că $A * A^{-1} = I$ (unde I este matricea unitate)

APLICAȚIA Nr. 21 / III

Se dă matricea HILBERT de ordinul 4:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{bmatrix}$$

1) Rezolvaţi sistemul liniar $H_4 x = b$, pentru termenii liberi:

$$b = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}^T; \qquad \tilde{b} = \begin{bmatrix} 1.02 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}^T;$$

2) Stabiliţi raportul:

$$\frac{\text{perturbația relativă maximă (în modul) în soluție}}{\text{perturbația relativă în termenul liber } b}$$

Comentaţi rezultatul.

APLICAȚIA Nr. 22 / III

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0.5 \\ 1 & 0.5 & 4 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1};

2) Verificaţi că $A * A^{-1} = I$ (unde I este matricea unitate)

APLICAŢIA Nr. 23 / III

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 5 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \qquad b = \left[\begin{array}{c:c} -1 & 3 \\ 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{array}\right]$$

1) Rezolvaţi sistemul prin metoda Gauss.

2) Calculaţi şi determinantul matricii *A*.

APLICAŢIA Nr. 24 / III

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ & 5 & 1 & -1 & 0 \\ & & 4 & 1 & -1 \\ & \mathit{Simetric} & & 5 & 1 \\ & & & & 4 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

Matricea *A* este pozitiv definită.

1) Rezolvaţi sistemul prin metoda CHOLESKY.

2) Afişaţi matricea *S* (sau *L*), şi calculaţi determinantul matricii *A*.

3) Modificați elementele (1,2) și (2,1), din 1 în 4.5. Rezolvați sistemul.