

APLICAȚIA Nr. 1/ III

Se se găsească reprezentarea în formatul simplu, a următoarelor date numerice:

$$x = 1E37; \quad x = 5E38;$$

$$x = 5E - 37; \quad x = 1E - 39; \quad x = 1E - 45;$$

Se vor preciza:

1) Următorii parametri ai reprezentării:

- Semn, Câmp exponent, Câmp semnificand;
- Exponent stocat, exponent.

2) Tipul de dată reală.

APLICAȚIA Nr. 2 / III

Se consideră formatul cvadruplu (Binary128). Setăți biții din câmpurile formatului, astfel ca să se găsească reprezentarea în format și valoarea, pentru:

- Numărul maxim reprezentabil în format, X_{\max} . Care este numărul cel mai apropiat și mai mare (X_{\max}^+) ?; explicați.
- Numărul *normal* minim, reprezentabil în format, X_{\min} . Care este numărul cel mai apropiat și mai mic (X_{\min}^-) ?; explicați.
- Numărul *denormalizat* minim, reprezentabil în format, $X_{den,\min}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mic (X_{\min}^-) ?; explicați.

Notă: Se va folosi programul ”Reprezentarea în Virgulă Flotantă”.

APLICAȚIA Nr. 3 / III

Se consideră formatul dublu (Binary64).

Pentru numărul $x = 8192D0$, găsiți:

- Reprezentarea lui x în format: X ;
- Numerele FP cele mai apropiate de X , la stânga și la dreapta: X^- și X^+ ;
- $ulp(X)$ și $ulp(X^-)$. Se constată că $ulp(X) = 2ulp(X^-)$. Explicați de ce.

APLICAȚIA Nr. 4 / III

Calculați valorile următoarelor funcții, pentru valorile $x = 10^i$, $i = 1, 2, \dots, 7$.

$$f(x) = x(\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 3}) \quad - \text{ în simplă precizie;}$$

$$f_2(x) = x(\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 3}) \quad - \text{ în dublă precizie;}$$

$$g(x) = \frac{7x}{\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{x^2 - 3}} \quad - \text{ în simplă precizie,}$$

Tabelați valorile calculate astfel:

- $f_2(x)$: cu 8 cifre semnificative corecte;
- $f(x), g(x)$: cu numărul maxim de cifre semnificative asigurate de precizia simplă.

Explicați rezultatele.

APLICAȚIA Nr. 5 / III

Se dă:

$$f(x) = 0.61 + 1.07 \cos x - x$$

Rezolvați ecuația $f(x) = 0$, cu toleranța minimă, prin:

- 1) Metoda Secantei;
- 2) Metoda Newton.

Comparați numărul de iterații.

APLICAȚIA Nr. 6 / III

Se dă ecuația $f(x) = 0$, unde:

$$f(x) = x^2 + x - (\sin x)^2 - 1$$

Rezolvați ecuația cu toleranța minimă, prin:

- 1) Metoda Secantei;
- 2) Metoda Newton.

Comparați numărul de iterații.

APLICAȚIA Nr. 7 / III

Se dă ecuația:

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{5-x}{x+1.2}$$

Găsiți rădăcina în jurul valorii $x_0 = 3.$, cu toleranța minimă EPS_{\min} :

- 1) Cu metoda Newton;
- 2) Cu metoda Secantei;

Comparați numărul de iterații în cele două metode.

APLICAȚIA Nr. 8 / III

Se dă funcția

$$f(x) = -x + e^{-px^3} \cos(x),$$

unde p este un parametru.

Ecuația $f(x) = 0$ are o rădăcină unică în intervalul $(0, 1)$.

- 1) Găsiți rădăcina pentru valorile $p = 1$ și $p = 20$, cu toleranța minimă.
- 2) Rezolvați cu metoda Newton cazul $p = 20$, cu $x_0 = 0$.

Comentați rezultatul.

APLICAȚIA Nr. 9 / III

Se dă ecuația anuităților

$$P_1[(1+r)^{N_1} - 1] = P_2[1 - (1+r)^{-N_2}]$$

în care: r = rata dobânzii anuale; P_1 = suma depusă la începutul anilor 1, 2, ..., N_1 ;

P_2 = suma plătită la începutul anilor $N_1 + 1, N_2 + 1, \dots, N_1 + N_2$. După ultima plată, soldul contului este zero.

Găsiți r pentru valorile: $N_1 = 35$, $N_2 = 25$, $P_1 = 5000$, $P_2 = 10000$, cu:

- 1) metoda Newton;
- 2) metoda Secantei.

APLICAȚIA Nr. 10 / III

Ecuația Redlich-Kwong (ecuație de stare cu doi parametri, a unui gaz real) este:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{T^{1/2}v(v+b)}$$

Găsiți valoarea lui v din ecuație, printr-o metodă numerică, pentru valorile:

$$P = 100.3 \times 10^5; T = 673.15; R = 461.49; \text{ și } a = 43890.21; b = 1.17043 \times 10^{-3};$$

Indicație: Ordinul de mărime al lui v este 10^{-2} .

[P = presiunea (Pa); T = temperatura (K); R = constanta gazului ideal (J/(kg·K));

v = volumul specific (m^3/kg); a și b sunt constante empirice. Valorile numerice sunt pentru abur.]

APLICAȚIA Nr. 11 / III

Se dă polinomul de gradul 6, cu coeficienții (începând cu coeficientul lui x^6):

$$1 \quad -21.002 \quad +175 \quad -735 \quad +1624 \quad -1764 \quad +720$$

El reprezintă polinomul $(x-1)(x-2)\dots(x-6)$, perturbat: coeficientul lui x^5 este modificat din -21 în -21.002.

Calculați rădăcinile, cu toleranța 10^{-6} .

APLICAȚIA Nr. 12 / III

Polinomul

$$p(x) = x^5 - 18x^4 + 118x^3 - 348x^2 + 457x - 210$$

are rădăcinile: $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 3; x_4 = 5; x_5 = 7$.

Fie $\tilde{p}(x)$ polinomul obținut din $p(x)$ înlocuind coeficientul $a_3 = 118$ a lui x^3 , cu $\tilde{a}_3 = 118.02$.

- Calculați rădăcinile lui $\tilde{p}(x)$.
- Calculați modulul raportului dintre:
- Calculați modulul raportului:

$$\frac{\text{perturbația relativă maximă (în modul) a rădăcinilor}}{\text{perturbația relativă a coeficientului } a_3}$$

Comentați rezultatul.

(Dacă a perturbat devine \tilde{a} , perturbația relativă este: $(\tilde{a} - a)/a$.)

APLICAȚIA Nr. 13 / III

În problema interceptării unei rachete, se obține următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} t \cos(\alpha) + t - 1 = 0 \\ t \sin(\alpha) - 0.1t^2 - e^{-t} - 1 = 0 \end{cases}$$

(t este timpul, iar α unghiul de lansare al interceptorului.)

Găsiți soluția în vecinătatea lui $w_0 = (0.5, 1)$, cu toleranța minimă, prin metoda

Newton:

- 1) Cu jacobianul analitic (exact);
- 2) Cu jacobianul calculat numeric (Newton_Sys-Numeric)

APLICAȚIA Nr. 14 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^2 + 2 \sin(y) + z = -0.1 \\ \cos(y) - z = 2.1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \end{cases}$$

Găsiți soluția din vecinătatea lui $w_0 = (1, 0, -1)$, cu toleranța $EPS = 10^{-6}$, prin

metoda Newton:

- 1) Cu jacobianul analitic (exact);
- 2) Cu jacobianul calculat numeric (Newton_Sys-Numeric)

APLICAȚIA Nr. 15 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} (x-y)(x+y)^{1/2} = 3 \\ x - \ln(x-y) = 1 \end{cases}$$

Luați aproximația inițială $w_0 = (2, -0.5)$ și toleranța minimă.

Rezolvați prin metoda Newton cu jacobianul exact (analitic).

APLICAȚIA Nr. 16 / III

Considerați sistemul:

$$\begin{aligned} \sin(\pi xy) - 0.5y - x &= 0 \\ (1 - 0.25/\pi)(e^{2x-1} - 1) + y - 2x &= 0 \end{aligned}$$

Găsiți două soluții ale sistemului în domeniul $x \in (0.25, 1)$, $y \in (0.5, 2)$.

Utilizați toleranța $EPS = 10^{-6}$.

APLICAȚIA Nr. 17 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} 3x_1 - \cos(x_2 x_3) = 0.5 \\ x_1^2 - 81x_2^2 + \sin(x_3) = -1 \\ e^{-x_1 x_2} + 20x_3 = -9.5 \end{cases}$$

- 1) Găsiți o aproximație inițială $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0)$, cu $x_2 > 0$ și având o valoare mică;
- 2) Rezolvați prin metoda Newton, cu toleranța $EPS = 10^{-6}$.

APLICAȚIA Nr. 18 / III

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x + y + z^2 = 3.8 \\ xyz = -1.9 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} - z^2 = 1.3 \end{cases}$$

- Găsiți o aproximație inițială $w_0 = (x_0, y_0, z_0)$, pentru $z_0 \approx -1$;
- Găsiți soluția din vecinătatea lui w_0 , cu toleranța minimă.

APLICAȚIA Nr. 19 / III

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5.01 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5.01 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

1) Calculați soluția pentru termenii liberi:

$$b = [1 \ 2 \ 3 \ 4]^T; \quad \tilde{b} = [1 \ 2 \ 3 \ 4.01]^T;$$

2) Stabiliți raportul:

$$\frac{\text{perturbația relativă maximă (în modul) în soluție}}{\text{perturbația relativă în termenul liber } b}$$

Comentați rezultatul.

(Dacă a perturbat devine \tilde{a} , perturbația relativă este: $(\tilde{a} - a) / a$.)

APLICAȚIA Nr. 20 / III

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5.01 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5.01 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

1) Calculați matricea inversă A^{-1} ;

2) Verificați că $A * A^{-1} = I$ (unde I este matricea unitate)

APLICAȚIA Nr. 21 / III

Se dă matricea HILBERT de ordinul 4:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{bmatrix}$$

1) Rezolvați sistemul liniar $H_4 x = b$, pentru termenii liberi:

$$b = [1 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.4]^T; \quad \tilde{b} = [1.02 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.4]^T;$$

2) Stabiliți raportul:

$$\frac{\text{perturbația relativă maximă (în modul) în soluție}}{\text{perturbația relativă în termenul liber } b}$$

Comentați rezultatul.

(Dacă a perturbat devine \tilde{a} , perturbația relativă este: $(\tilde{a} - a) / a$.)

APLICAȚIA Nr. 22 / III

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0.5 \\ 1 & 0.5 & 4 \end{bmatrix}$$

1) Calculați matricea inversă A^{-1} ;

2) Verificați că $A * A^{-1} = I$ (unde I este matricea unitate)

APLICAȚIA Nr. 23 / III

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 5 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

- 1) Rezolvați sistemul prin metoda Gauss.
- 2) Calculați și determinantul matricii A .

APLICAȚIA Nr. 24 / III

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 5 & & \\ & & & 4 & \\ & & & & 1 \\ & & & & & 4 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

Simetric

Matricea A este pozitiv definită.

- 1) Rezolvați sistemul prin metoda CHOLESKY.
- 2) Afișați matricea S (sau L), și calculați determinantul matricii A .
- 3) Modificați elementele (1,2) și (2,1), din 1 în 4.5. Rezolvați sistemul.