## APLICAŢIA Nr. 1 / II

Se se găsească reprezentarea în <u>formatul dublu</u>, a următoarelor date numerice:

$x = 1E308;$ $\qquad$ $x = 5E308;$

$x = 5E-308;$ $\qquad$ $x = 1E-325;$

Se vor preciza:

1) Următorii parametri ai reprezentării:
   - Semn, Câmp exponent, Câmp semnificand;
   - Exponent stocat, exponent.
2) Tipul de dată reală.

## APLICAŢIA Nr. 2 / II

Se consideră <u>formatul dublu</u> (Binary64).

Setați biții din câmpurile formatului, astfel ca să se găsească reprezentarea în format și valoarea, pentru:

- Numărul maxim reprezentabil în format, $X_{\max}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mare ( $X_{\max}^{+}$ ) ?; explicați.
- Numărul *normal* minim, reprezentabil în format, $X_{\min}$..
- Numărul *denormalizat* minim, reprezentabil în format, $X_{den,\min}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mic ( $X_{\min}^{-}$ ) ?; explicați.

<u>Notă</u>: Se va folosi programul ” Reprezentarea în Virgulă Flotantă”.

## APLICAŢIA Nr. 3 / II

Se consideră formatul simplu (Binary32).

1) Găsiți reprezentarea în format $X_1$, a unui număr denormalizat $x_1$. Găsiți $ulp(X_1)$.

2) Repetați punctul 1 pentru alt denormalizat $x_2$; reprezentarea în format este $X_2$.

3) Constatați că $ulp(X_1) = ulp(X_2)$. Explicați de ce.

Notă: Se va folosi programul ” Reprezentarea în Virgulă Flotantă”.

## APLICAŢIA Nr. 4 / II

Calculaţi valorile următoarelor funcţii, pentru valorile $x = 10^i$, $i = 1, 2, \ldots, 7$.

$f(x) = 0.1x(\sqrt{x+10} - \sqrt{x-30})$ - în simplă precizie;

$e(x) = 0.1x(\sqrt{x+10} - \sqrt{x-30})$ - în precizia maximă disponiblă;

$g(x) = \dfrac{4x}{\sqrt{x+10} + \sqrt{x-30}}$ - în simplă precizie,

Tabelaţi valorile calculate astfel:

- $e(x)$: cu 8 cifre semnificative corecte;
- $f(x)$ și $g(x)$: cu numărul maxim de cifre semnificative asigurate de precizia simplă. Explicaţi rezultatele.

## APLICAŢIA Nr. 5 / II

Ecuaţia $f(x) = 2e^x - 3.5x^3 - 2.5 = 0$ are trei rădăcini în intervalul [-1, 1].

Fie $x_0$ o aproximație a rădăcinii. Găsiți rădăcinile cu toleranţa $XTOL = 10^{-6}$, prin:

1) Metoda Secantei: cu aproximațiile $x_0 \pm h$, unde $x_0 / 20 \le h \le x_0 / 10$.

2) Metoda Newton: aproximație $x_0$.

Comparați numărul de iterații.

## APLICAŢIA Nr. 6 / II

Se dă ecuaţia $f(x) = 0$, unde:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 10} - \sin x - x - 1$$

Găsiți cele trei rădăcini, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

1) cu metoda NEWTON;

2) cu metoda SECANTEI - cu aproximații apropiate de cele din metoda Newton .

Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

## APLICAŢIA Nr. 7 / II

Se dă ecuaţia:

$$tg(x^2) = \frac{8 - x^2}{x^2 + 0.2}$$

Găsiți rădăcinile din intervalul $[3, 4]$, cu <u>toleranţa minimă</u> $EPS_{\min}$:

1) Cu metoda NEWTON;

2) Cu metoda SECANTEI;

Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

## APLICAŢIA Nr. 8 / II

Se dă funcţia

$$f(x) = 1 + x + e^{-px^2}\sin(x),$$

unde $p$ este un parametru.

1) Găsiţi rădăcina din $(0, 1)$ pentru valorile $p = 1; 30;$, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

2) Rezolvaţi cu metoda Newton cazul $p = 30$, cu $EPS = 10^{-6}$ şi $x_0 = 0$.

   Comentaţi rezultatul.

## APLICAŢIA Nr. 9 / II

Pentru curgerea unui fluid în regim turbulent într-o conductă rugoasă, factorul de frecare Darcy *f*, este dat de legea empirică a lui Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$$

unde: Re = numărul Reynolds; *D* = diametrul conductei; $\varepsilon / D$ = rugozitatea relativă. Legea este valabilă pentru: $4000 \le \mathrm{Re} \le 10^8$ şi $\varepsilon / D \le 0.05$.

Determinaţi *f* pentru valorile: $\varepsilon / D = .001$; $\mathrm{Re} = 10^6$.

## APLICAŢIA Nr. 10 / II

Se dă ecuaţia $f(x) = 0$, unde:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} - 2(\sin x)^2 - x + 0.9$$

Găsiți cele două rădăcini din intervalul [4, 5], cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$:

1) cu metoda NEWTON – cu aproximația $x_0$;

2) cu metoda SECANTEI – cu aproximații apropiate de $x_0$.

Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

## APLICAŢIA Nr. 11 / II

Se dă ecuaţia $f(x) = 0$, unde:

$f(x) = 7x - 5x\cos x - 3\sin x - 0.1$

Găsiți rădăcinile (trei), cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$:

3) cu metoda NEWTON – cu aproximația $x_0$;

4) cu metoda SECANTEI – cu aproximații apropiate de $x_0$.

Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.

## APLICAŢIA Nr. 12 / II

Se dă polinomul LAGUERRE de ordinul 5:

$$L_5(x) = \frac{1}{120}(-x^5 + 25x^4 - 200x^3 + 600x^2 - 600x + 120)$$

1) Găsiţi aproximaţii iniţiale ale rădăcinilor (algebric, grafic, etc.)

2) Calculaţi rădăcinile, cu toleranţa $10^{-6}$.

3) Modificați coeficientul lui $x^4$, din +25 în +26. Recalculați rădăcinile prin metoda Laguerre. Comentați rezultatul.

## APLICAŢIA Nr. 13 / II

Polinomul

$$p(x) = x^6 - 21x^5 + 175x^4 - 735x^3 + 1624x^2 - 1764x + 720$$

are rădăcinile: $x_1 = 1;\ x_2 = 2;\ \ldots;\ x_6 = 6$.

Fie $\tilde{p}(x)$ polinomul obţinut din $p(x)$ înlocuind coeficientul $a_5 = -21$ a lui $x^5$, cu

$\tilde{a}_5 = -21.003$.

- Calculaţi rădăcinile lui $\tilde{p}(x)$.
- Calculaţi modulul raportului: $\dfrac{\text{perturbația relativă a rădăcinii } x_6}{\text{perturbația relativă a coeficientului } a_5}$

  Comentaţi rezultatul.

  (Dacă $a$ perturbat devine $\tilde{a}$, perturbaţia relativă este: $(\tilde{a} - a)/a$.)

## APLICAŢIA Nr. 14 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} \sqrt{x}(y + 0.75) = 3 \\ x - 2\log(x) + y = 3 \end{cases}$$

Găsiți două aproximații inițiale $(x_0, y_0)$.

Rezolvaţi, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, prin metoda NEWTON:

1) Cu jacobianul exact (analitic);

2) Cu jacobianul calculat numeric (Newton_Sys-Numeric).

## APLICAŢIA Nr. 15 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} y^2 + y - x^2 = 1 \\ x - \sin(y)^2 = 0 \end{cases}$$

Găsiți două aproximații inițiale $(x_0, y_0)$, unde $x_0 \in (0,1)$.

Rezolvaţi, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, prin metoda NEWTON:

3) Cu jacobianul exact (analitic);

4) Cu jacobianul calculat numeric (Newton_Sys-Numeric).

## APLICAŢIA Nr. 16 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} xy - z^2 = -0.6 \\ xyz + x^2 - y^2 = 0.6 \\ e^x - e^y - z = -1.4 \end{cases}$$

Determinați aproximații inițiale de tipul:

1) $w_0 = (x, y, 1)$

2) $w_0 = (x, y, -1)$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$

## APLICAŢIA Nr. 17 / II

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x - y^2 + 2y = 1.4 \\ x^2 - 2x - e^{-y} = -1.2 \end{cases}$$

Găsiți rădăcinile (două), prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$:

1) cu jacobianul exact (analitic);

2) cu jacobianul calculat numeric (Newton_Sys-Numeric).

## APLICAŢIA Nr. 18 / II

Se dă sistemul liniar cu matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.02 & -1.05 & 2.53 \\ 4.33 & 0.56 & -1.78 \\ -0.83 & -0.54 & 1.47 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi soluţia pentru termenul liber $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$.

2) Repetaţi punctul 1 cu matricea $A'$ obţinută prin înlocuirile: $2.53 \to 2.54$ (element $(1, 3)$) şi $1.47 \to 1.48$ (element $(3, 3)$). Comparaţi rezultatele şi explicaţi.

## APLICAŢIA Nr. 19 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.02 & -1.05 & 2.53 \\ 4.33 & 0.56 & -1.78 \\ -0.83 & -0.54 & 1.47 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă $A^{-1}$;

2) Verificaţi că $A * A^{-1} = I$ (unde *I* este matricea unitate)

3) Calculaţi inversa inversei: $(A^{-1})^{-1}$ și verificați că se regăsește matricea *A*.

## APLICAŢIA Nr. 20 / II

Se dă matricea HILBERT de ordinul 4:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{bmatrix};$$ Elementele matricii sunt: $h_{ij} = 1./(i + j - 1)$.

1) Calculaţi $H_4^{-1}$ în simplă precizie.

2) Calculaţi $H_4^{-1}$ în dublă precizie.

3) Comparaţi elementele inverselor de la punctele 1 şi 2. Explicaţi rezultatul comparaţiei.

## APLICAŢIA Nr. 21 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4.002 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4.002 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix};$$

1) Rezolvaţi sistemul liniar $Ax = b$, unde:

   $b = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$, şi $\tilde{b} = [1.02 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$.

2) Stabiliţi raportul între: perturbaţia relativă maximă (în modul) în soluţie / perturbaţia relativă în termenul liber $b_1$. Comentaţi rezultatul.

## APLICAŢIA Nr. 22 / II

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -36 & 12 \\ -36 & 218 & -74 \\ 12 & -74 & 64 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă $A^{-1}$. Afișati $A^{-1}$ (ca matrice 3×3).

2) Afișați matricile *L* și *U* ca matrici 3×3.

3) Calculați produsul *L·U*. Explicați rezultatul.

## APLICAŢIA Nr. 23 / II

Se dă matricea *A* de ordinul 5, cu elementele (Wilkinson 5 – modificat):

$a_{ij} = 18.144/(i + j + 1), \quad i, j = \overline{1,5}$

Lucrând în simplă precizie, se cere:

1) Tipăriți matricea *A*;
2) Calculați inversa $A^{-1}$;
3) Verificați egalitatea $A * A^{-1} = I$ (*I* = matricea unitate).

## APLICAŢIA Nr. 24 / II

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}; \qquad b = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.9 \\ 1. \\ 0.9 \\ 0.8 \end{bmatrix};$$

Matricea *A* este pozitiv definită.

1) Rezolvaţi sistemul prin metoda CHOLESKY.
2) Afişaţi matricea *S* (sau *L*), şi calculaţi determinantul matricii *A*.
3) Modificați elementele (1,2) și (2,1), din 1 în 6.2. Rezolvați sistemul.