APLICAŢIA Nr. 1 / IV

Se se găsească reprezentarea în formatul <u>simplu</u>, a următoarelor date numerice:

$x_1 = -1E38$; $x_2 = -4E38$;

$x_3 = 1E-41$; $x_4 = -1E-45$;

Se vor preciza:

1) Următorii parametri ai reprezentării:
   - Semn, Câmp exponent, Câmp semnificand;
   - Exponent stocat, exponent.
2) Tipul de dată reală.
3) Reprezentați x_3 și x_4 în format <u>dublu</u>.

APLICAŢIA Nr. 2 / IV

Se consideră formatul <u>simplu</u> (Binary32) și formatul <u>dublu</u> (Binary64).

Setați biții din câmpurile formatului, astfel ca să se găsească reprezentarea în format și valoarea, pentru:

- Numărul maxim reprezentabil în format, $X_{\max}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mare ($X_{\max}^{+}$) ?; explicați.
- Numărul *normal* minim, reprezentabil în format, $X_{\min}$.
- Numărul *denormalizat* minim, reprezentabil în format, $X_{den,\min}$. Care este numărul cel mai apropiat și mai mic ($X_{\min}^{-}$) ?; explicați.

<u>Notă</u>: Se va folosi programul ” Reprezentarea în Virgulă Flotantă”.

APLICAŢIA Nr. 3 / IV

Se consideră formatul simplu (Binary32).

Pentru numărul x = 1024E0, găsiți:

- Reprezentarea lui x în format: X;
- Numerele FP cele mai apropiate de X, la stânga și la dreapta: X^- și X^+;
- $ulp(X)$ și $ulp(X^-)$. Se constată că $ulp(X) = 2ulp(X^-)$. Explicați de ce.

APLICAŢIA Nr. 4 / IV

Calculaţi valorile următoarelor funcţii, pentru valorile $x = 10^i, \quad i = 1, 2, \ldots, 7$.

$f(x) = \frac{x}{10}(\sqrt{x+10} - \sqrt{x})$ - în simplă precizie;

$e(x) = \frac{x}{10}(\sqrt{x+10} - \sqrt{x})$ - în precizia maximă disponiblă;

$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+10} + \sqrt{x}}$ - în simplă precizie,

- Tabelaţi valorile calculate astfel: $e(x)$ cu 8 cifre semnificative corecte: $f(x)$ și $g(x)$, cu 7 cifre semnificative. Explicaţi rezultatele.
- Stabiliţi numarul de cifre semnificative corecte ale valorii $f(x)$ pentru $x = 10^4$, considerând valorile $e(x)$ ca valori exacte.

APLICAŢIA Nr. 5 / IV

Consideraţi ecuaţia $f(x)=0$, unde

```
f(x) = 1.55 -0.95cos(x) -0.15sin(x) +x
```

Fie x_0 o aproximație a rădăcinii. Găsiți rădăcina cu toleranţa $XTOL = 10^{-6}$, prin:

1) Metoda Secantei: cu aproximațiile x_0, $x_0 - h$, unde $\frac{1}{20}x_0 \le h \le \frac{1}{10}x_0$.

2) Metoda Newton: aproximație x_0.

Tipăriti iterațiile:

- Dacă la o iterație apare mesajul ”`Divergenta locala`”: explicați semnificația.
- Comparați numărul de iterații în cele două metode.

APLICAŢIA Nr. 6 / IV

Se dă ecuaţia:

$$tg(x) = \frac{1.75 - x}{x + 0.25}$$

Găsiți rădăcina din intervalul [2,4], cu <u>toleranţa minimă</u>, prin:

1) Metoda NEWTON;

2) Metoda SECANTEI.

- Comparaţi numărul de iteraţii în cele două metode.
- Dacă la o iterație apare mesajul ”`Divergenta locala`”: explicați semnificația.

APLICAŢIA Nr. 7 / IV

Se dă funcţia

$$f(x) = -x + e^{px^3}\cos(x) - 2$$

unde *p* este un parametru.

Pentru $p > 0$, ecuaţia $f(x) = 0$ are o rădăcină unică în intervalul $(0,1)$.

1) Găsiţi rădăcina pentru valorile $p = 10;\ 25$, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

2) Aplicaţi metoda Newton pentru cazul $p = -25$, cu $EPS = 10^{-6}$ şi $x_0 = 0$.

   Comentaţi rezultatul.

APLICAŢIA Nr. 8 / IV

Se dă ecuaţia $f(x) = 0$, unde:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2.5} - 2\sin x - x + 0.9$$

Găsiți cele două rădăcini din intervalul [7, 8], cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$:

1) cu metoda NEWTON;

2) cu metoda SECANTEI.

APLICAŢIA Nr. 9 / IV

Se dă ecuația:

$$1 + \sin x - \cos x = \frac{2}{(\cos x)^2}$$

Găsiţi cele două rădăcini din intervalul [9, 10], cu <u>toleranţa minimă</u>.

APLICAŢIA Nr. 10 / IV

Se dă ecuaţia:

$$\frac{\cosh(x)}{\sqrt{x}} - \sin(x) = 2.1$$

Găsiți rădăcinile , cu toleranţa de 10^{-6} .

Utilizați <u>două metode</u> numerice alese după voie.

APLICAŢIA Nr. 11 / IV

Se dă polinomul de gradul 6:

$P_6(x) = 23x^6 - 31x^4 + 10x^2 - 0.5$

1) Găsiţi aproximaţii iniţiale ale rădăcinilor (algebric, grafic, etc.)

2) Calculaţi rădăcinile, cu toleranţa 10^{-6}.

APLICAŢIA Nr. 12 / IV

Polinomul

$p(x) = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$

este desvoltarea lui $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$.

Fie $\tilde{p}(x)$ polinomul obţinut din $p(x)$ înlocuind coeficientul $a_2 = 35$ a lui x^2, cu

$\tilde{a}_2 = 35.1$.

- Calculaţi rădăcinile lui $\tilde{p}(x)$.

- Calculaţi modulul raportului: $\dfrac{\text{perturbația relativă a rădăcinii } x_4}{\text{perturbația relativă a coeficientului } a_2}$

  Comentaţi rezultatul.

  (Dacă a perturbat devine $\tilde{a}$, perturbaţia relativă este: $(\tilde{a} - a)/a$.)

APLICAŢIA Nr. 13 / IV

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} xy - z^2 = -1.7 \\ -xyz + x^2 - y^2 = 4 \\ e^x - e^y - z = -1.7 \end{cases}$$

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu jacobianul analitic, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$:

1) Cu aproximaţia iniţială $w_0 = (1, 1, 1)$

2) Cu aproximaţia iniţială $w_0 = (1, 1, -2)$

Comparaţi numărul de iteraţii şi explicaţi.

APLICAŢIA Nr. 14 / IV

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x + y + \sqrt{x - y} = 1 \\ x - y - e^{x+y} = 3 \end{cases}$$

1) Găsiți o aproximație inițială (x_0, y_0).

2) Rezolvaţi prin metoda Newton:

   - Cu derivatele parțiale calculate analitic;
   - Cu derivatele parțiale calculate numeric (Newton_Sys-Numeric).

   Luaţi toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

APLICAȚIA Nr. 15 / IV

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + y = 1 \\ x - (\sin y)^2 = 0.5 \end{cases}$$

Găsiți două aproximații inițiale $(x_0^{(i)}, y_0^{(i)}),\quad i = 1,2$.

Rezolvaţi, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$, prin metoda NEWTON:

1) Cu derivatele parțiale calculate analitic;

2) Cu derivatele parțiale calculate numeric (Newton_Sys-Numeric).

APLICAȚIA Nr. 16 / IV

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^3 + 3y^2 - xy = 21 \\ x^2 - y^2 - 3xy = -2 \end{cases}$$

Găsiţi <u>două</u> aproximaţii iniţiale x_0, y_0 (de exemplu, din intersecţia graficelor celor două curbe).

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu jacobianul analitic, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

APLICAŢIA Nr. 17 / IV

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^3 + 4y^2 - 9 = 0 \\ -14x^4 + 18y + 45 = 0 \end{cases}$$

Determinaţi <u>două</u> aproximaţii iniţiale, din intersecţia graficelor celor două curbe.

Rezolvaţi prin metoda NEWTON, cu toleranţa $EPS = 10^{-6}$.

APLICAŢIA Nr. 18 / IV

Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6.6 \\ xyz = -2.4 \\ x - y - z^2 = 2.6 \end{cases}$$

- Găsiți o aproximație inițială $w_0 = (x_0, y_0, z_0)$, pentru $z_0 \approx 1$;
- Găsiți soluția în vecinătatea lui w_0, prin metoda NEWTON, cu jacobianul exact (analitic); luați toleranța $EPS = 10^{-6}$.

APLICAȚIA Nr. 19 / IV

Se dă sistemul liniar cu matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.01 & 6.03 & 2.00 \\ 1.27 & 4.15 & -1.23 \\ 0.988 & -4.81 & 9.33 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi soluţiile pentru termenii liberi:

   11.04   4.19   5.508

   11.04   4.21   5.508

(Pentru primul termen liber, soluția exactă este: 1,1,1.)

2) Comparaţi cele două soluții şi comentați.

APLICAȚIA Nr. 20 / IV

Se dă matricea:

$$A = \begin{bmatrix} 3.01 & 6.03 & 2.00 \\ 1.27 & 4.15 & -1.23 \\ .988 & -4.81 & 9.33 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1};

2) Verificați că $A * A^{-1} = I$ (unde I este matricea unitate)

APLICAȚIA Nr. 21 / IV

Se dă matricea

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.501 \\ 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.6 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.501 & 0.6 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi soluţiile pentru termenii liberi:

1.401	1.8	2.2	2.601
1.4	1.8	2.2	2.6

(Pentru primul termen liber, soluția exactă este: 1,1,1.)

2) Comparaţi cele două soluții şi comentați.

APLICAȚIA Nr. 22 / IV

Se dă matricea HILBERT de ordinul 4:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{bmatrix};$$

1) Rezolvaţi sistemul liniar $H_4 x = b$, pentru:

$b = [1.0 \quad 0.6 \quad 0.4 \quad 0.3]^T$, şi $\tilde{b} = [1.03 \quad 0.6 \quad 0.4 \quad 0.3]^T$.

2) Calculaţi modulul raportului:

$$\frac{\text{perturbația relativă maximă (în modul), în soluție}}{\text{perturbația relativă în termenul liber } b}$$

Comentaţi rezultatul.

(Dacă x perturbat devine $\tilde{x}$, perturbaţia relativă este: $(\tilde{x} - x)/x$.)

APLICAŢIA Nr. 23 / IV

Se dă matricea:

$$\begin{bmatrix} 15.25 & -4.1 & -11.15 \\ -4.1 & 1 & 3.1 \\ -11.15 & 3.1 & 7.05 \end{bmatrix}$$

1) Calculaţi matricea inversă A^{-1}.

2) Calculaţi inversa inversei: $(A^{-1})^{-1}$, și verificați că se regăsește matricea *A*.

3) Calculați determinantul matricilor *A* și A^{-1}.

APLICAŢIA Nr. 24 / IV

Se dă sistemul liniar $Ax = b$, unde:

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & -4 \\ 8 & -4 & 12 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 28 & 0 \\ 5 & 0 \\ 16 & 1 \end{bmatrix}$$

1) Încercați să rezolvaţi sistemul prin metoda Cholesky. Nu este posibil. De ce?

2) Rezolvați sistemul prin altă metodă.

3) Calculaţi și determinantul matricii *A*.